

## AXONOMETRÍAS EXACTAS CON AUTOCAD

### AUTOR DEL TRABAJO

Verger, Guillermo  
Universidad Tecnológica Nacional  
Facultad Regional Rosario  
Departamento de Materias Básicas  
gverger@firro.utn.edu.ar  
Rosario – Argentina.

### RESUMEN

Los programas CAD disponen de herramientas para obtener isometrías a partir de objetos 3D. Otra clase de axonometrías se alcanzan de modo aproximado, por rotación espacial del objeto.

El objetivo del trabajo es el desarrollo de una metodología para la obtención de axonometrías que respondan con exactitud a coeficientes de reducción o escalas axonométricas que se hayan pre-establecido.

El problema se resuelve en primer lugar gráficamente y luego analíticamente, lo que permite verificar los resultados.

Como producto resultante de este trabajo se tienen

- Una metodología gráfica,
- Una planilla para el cálculo analítico y
- Una tabla donde se muestran las coordenadas del punto de vista a utilizar para conseguir las axonometrías habituales.

Con esta técnica se dispone de una herramienta absolutamente necesaria cuando se requieren axonometrías precisas. Siendo fácil de acceder y de simple aplicación, permitirá optimizar resultados y tiempos de trabajo de ingenieros, arquitectos y diseñadores.

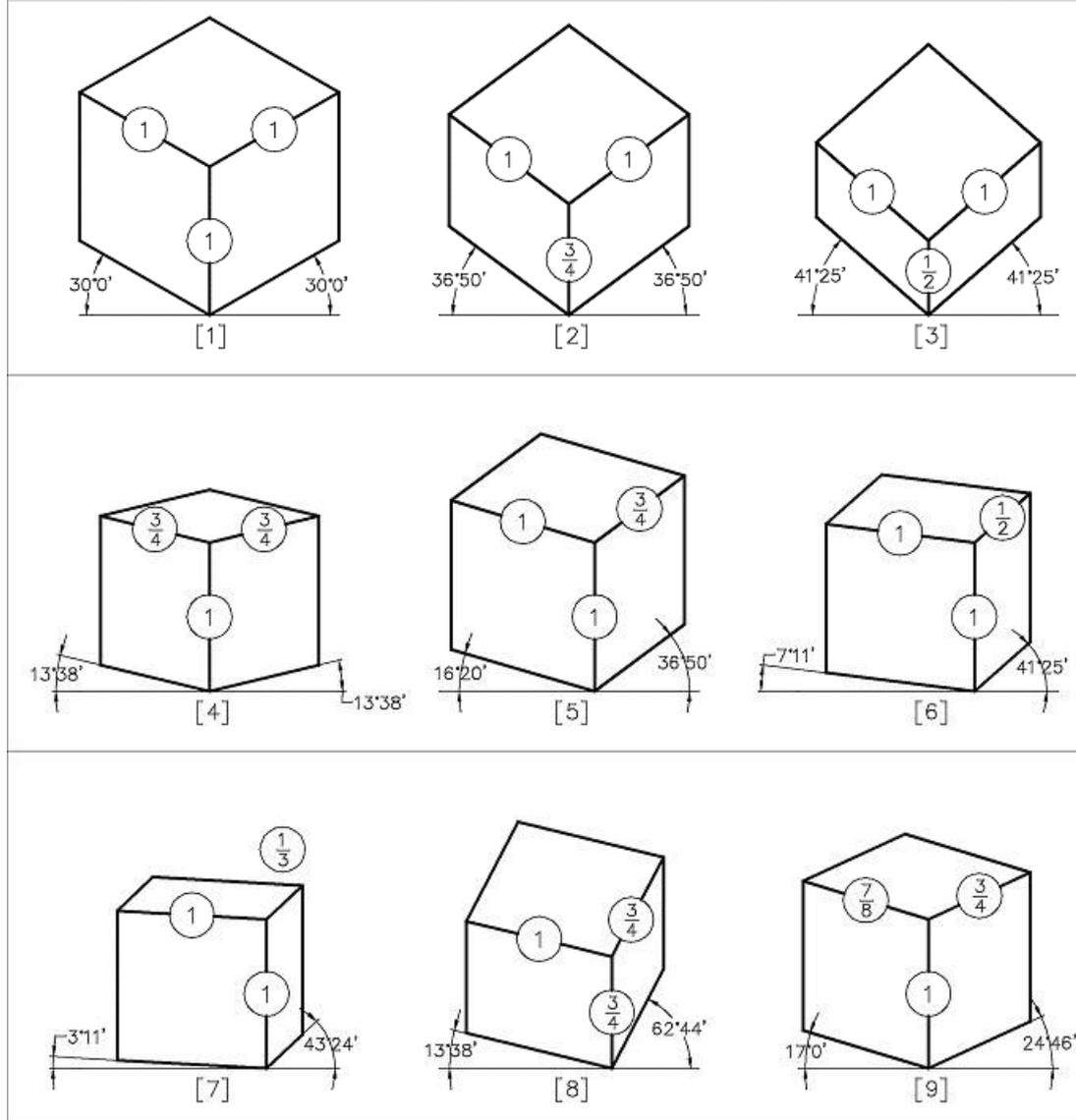
## INTRODUCCIÓN.

### Prestaciones de Autocad en relación con las axonometrías habituales.

Autocad permite la generación de proyecciones isométricas exactas a partir de objetos sólidos. Se pueden obtener proyecciones isométricas desde cuatro orientaciones diferentes, mediante comandos directos.

En la técnica se utilizan estas cuatro isometrías, pero son necesarias, además, otras axonometrías diferentes para aquellos casos en que por requerimientos del proyecto o por la forma del objeto, la isometría no es la representación adecuada.

Existen diversas recomendaciones sobre las axonometrías a utilizar como por ejemplo B. Leighton Wellman [1] o en Normas IRAM [2]. Las más habituales se presentan en las figuras que siguen.



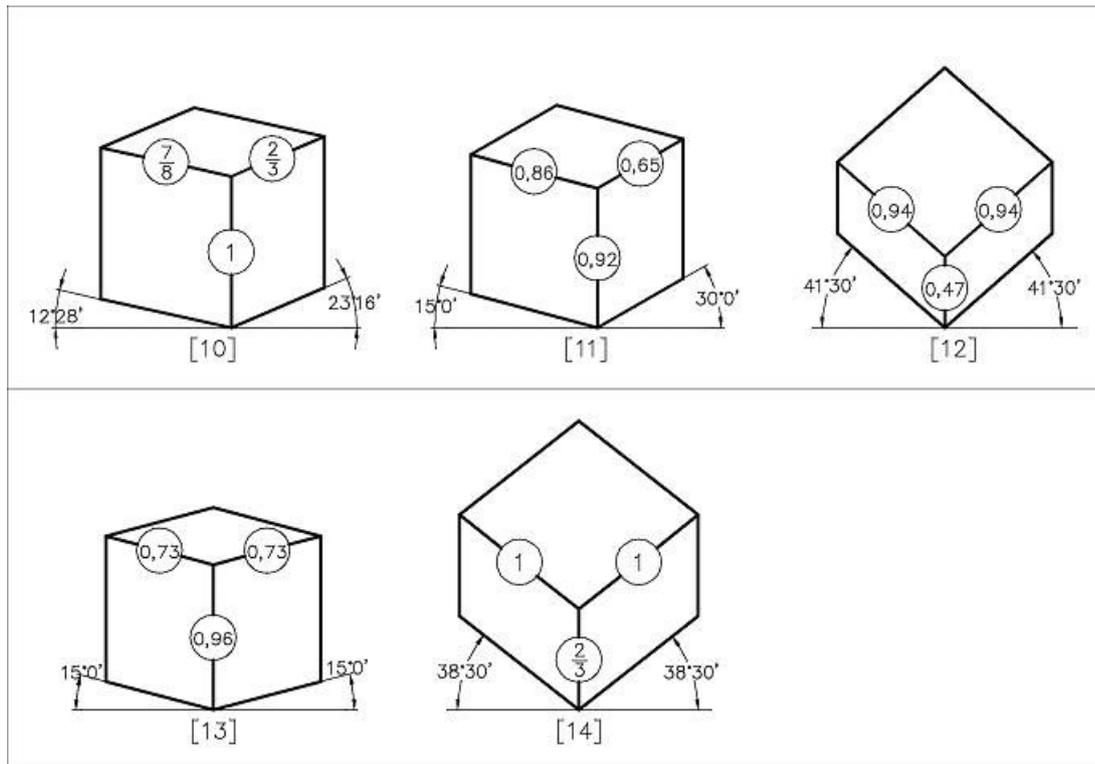


Figura 1. Aspecto y proporciones de axonometrías habituales.

### Parámetros de axonometrías habituales

La figura 2 muestra la representación de un cubo de referencia, de longitud de arista unitaria, donde se identifican los parámetros de axonometrías habituales que se resumen en la tabla 1.

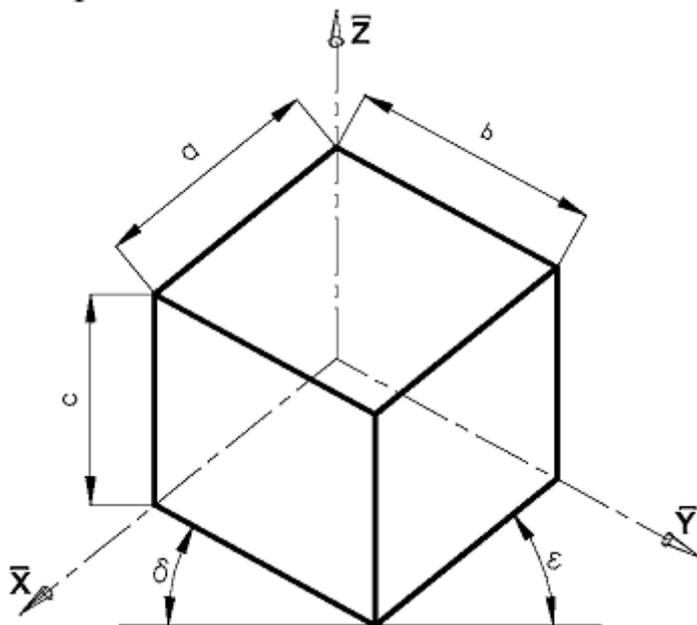


Figura 2. Parámetros de axonometrías habituales

$a$ ,  $b$  y  $c$  son las medidas con que aparecen representadas las aristas paralelas a los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  respectivamente. Según el caso, esta representación podrá ser una proyección o un dibujo axonométrico.

$\delta$  : ángulo que forma el eje axonométrico  $Y$  con la horizontal.

$\epsilon$  : ángulo que forma el eje axonométrico  $X$  con la horizontal.

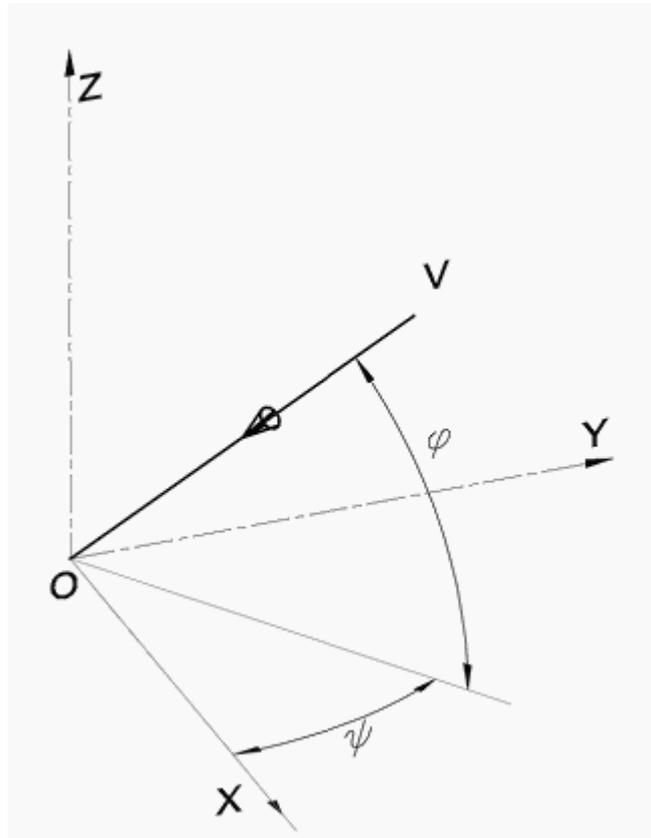


Figura 3. Ángulos formados por la dirección de proyección axonométrica.

$\varphi$  : ángulo de posición del observador medido sobre un plano horizontal, tomando como referencia la posición del eje  $X$ .

$\psi$  : ángulo de posición del observador medido sobre un plano vertical, tomando como referencia la posición del plano  $XY$ .

### Relaciones utilizadas

Las relaciones entre parámetros presentadas en la tabla 1 son las descriptas seguidamente [3]:

### Coefficientes de reducción en función de los ángulos de posición

$$a = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi \times \cos^2 \psi}$$

$$b = \sqrt{1 - \cos^2 \psi \times \sin^2 \varphi}$$

$$c = \cos \varphi$$

**Ángulos de posición en función de los coeficientes de reducción**

$$\varphi = \text{arc tg} \sqrt{\frac{1-b^2}{1-a^2}}$$

$$\psi = \text{arc sen} \sqrt{1-c^2}$$

**Ángulos de los ejes axonométricos X e Y respecto de la horizontal**

$$\delta = 90^\circ - \text{arc cos} \sqrt{\left(\frac{1}{b^2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{c^2} - 1\right)}$$

$$\varepsilon = 90^\circ - \text{arc cos} \sqrt{\left(\frac{1}{c^2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{a^2} - 1\right)}$$

Tabla 1: Parámetros de dibujos axonométricos

Fig.	Escala axonométrica			Escala natural	Ángulos de posición		Coeficientes de reducción			Ángulo de ejes en representac.	
	kx	ky	kz		$\varphi$	$\psi$	a	b	c	$\delta$	$\varepsilon$
(a)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(l)	(j)	(k)	(l)	(m)
1	1	1	1	1,2247	45° 0'	35° 16'	0,82	0,82	0,82	30° 0'	30° 0'
2	1	1	3/4	1,1319	45° 0'	48° 30'	0,88	0,88	0,66	36° 50'	36° 50'
3	1	1	1/2	1,0607	45° 0'	61° 52'	0,94	0,94	0,47	41° 25'	41° 25'
4	3/4	3/4	1	1,0308	45° 0'	14° 2'	0,73	0,73	0,97	13° 38'	13° 38'
5	3/4	1	1	1,1319	32° 2'	27° 56'	0,66	0,88	0,88	16° 20'	36° 50'
6	1/2	1	1	1,0607	20° 42'	19° 28'	0,47	0,94	0,94	7° 11'	41° 25'
7	1/3	1	1	1,0274	13° 38'	13° 16'	0,32	0,97	0,97	3° 11'	43° 24'
8	3/4	1	3/4	1,0308	19° 28'	43° 19'	0,73	0,97	0,73	13° 38'	62° 44'
9	3/4	7/8	1	1,0789	39° 8'	22° 3'	0,70	0,81	0,93	16° 59'	24° 46'
10	2/3	7/8	1	1,0512	35° 38'	17° 57'	0,63	0,83	0,95	12° 28'	23° 16'
11	0,65	0,86	0,92	1,0021	33° 60'	23° 21'	0,65	0,86	0,92	15°	30°
12	0,94	0,94	0,47	0,9970	45° 0'	61° 52'	0,94	0,94	0,47	41° 25'	41° 25'
13	0,73	0,73	0,96	0,9968	45° 0'	15° 38'	0,73	0,73	0,96	15°	15°
14	1	1	2/3	1,1055	45° 0'	52° 55'	0,90	0,90	0,60	38° 35'	38° 35'

**Objetivo**

El objetivo del presente trabajo es desarrollar las técnicas adecuadas para mostrar un objeto 3D mediante una axonometría que responda a coeficientes de reducción, escala axonométrica o posición de ejes que se establezcan.

**Análisis de las herramientas disponibles por Autocad**

Las herramientas que dispone Autocad para modificar la dirección de proyección de un objeto 3D son:

- Comando ORBITA3D.
- Opciones del comando VISTA.
- Comando PTOVISTA e introducción de coordenadas.
- Comando PTOVISTA opción Rotación.

La primer opción, ORBITA3D, permite mover gradualmente y en forma continua el objeto bajo control del mouse. Es interesante para revisar un objeto mientras se trabaja pero no es suficientemente adecuada cuando se requiere visualizar el objeto desde una posición específica.

Las opciones del comando VISTA posibilitan únicamente la obtención de vistas isométricas desde cuatro posiciones predeterminadas implementadas en Autocad: Isométrico SE, Isométrico SO, Isométrico NE e Isométrico NO.

La tercera opción, comando PTOVISTA e indicación de un punto, modifica las coordenadas del punto de vista, requiriendo parámetros precisos y devuelve una solución también precisa.

Finalmente el comando PTOVISTA con opción de Rotación implica modificar los ángulos de posición, es decir, los que determina la visual principal respecto de los planos coordenados. También este camino devuelve una solución exacta.

En la práctica, será necesario disponer de los parámetros necesarios para fijar el punto de vista correspondiente a la axonometría especificada.

### **Determinación del punto de vista generador de una axonometría específica.**

La fijación de un punto de vista en Autocad determina una dirección de proyección mediante el segmento dirigido desde dicho punto de vista al origen de coordenadas.

$\overline{VO}$  : define la dirección de proyección.

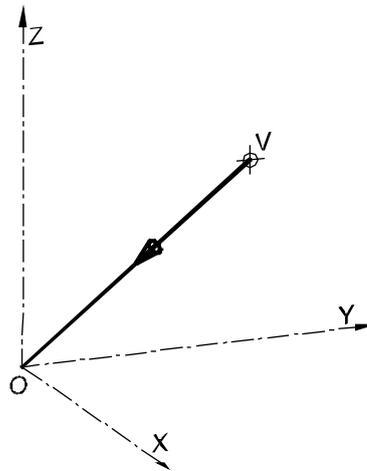


Figura 4. Dirección de proyección

Al determinar un punto de vista queda establecida una proyección o vista. Consultando las coordenadas del punto de vista para las vistas que se obtienen en forma directa, Autocad devuelve los datos presentados en tabla 2.

Tabla 2: Coordenadas de punto de vista

Identificación de la Vista	Coordenadas punto de vista		
	Vx	Vy	Vz
Frontal	0	-1	0
Superior	0	0	1
Lateral izquierda	-1	0	0

Lateral derecha	1	0	0
Posterior	0	1	0
Inferior	0	0	-1
Isométrica Suroeste	-1	-1	0
Isométrica Sureste	1	-1	1
Isométrica Noreste	1	1	1
Isométrica Noroeste	-1	1	1

La utilidad de las coordenadas presentadas es posibilitar la obtención de las vistas indicadas aun cuando no existieran los mecanismos de selección directa.

Para otras direcciones de proyección como las correspondientes a axonometrías habituales, no existen valores pre-establecidos que permitan fijar un punto de vista tal que generen la axonometría requerida a partir del objeto 3D.

Se puede decir ahora que el problema es: **‘dada una escala axonométrica, determinar las coordenadas del punto de vista que origine la correspondiente axonometría a partir de un sólido 3D’.**

Se desarrolla una solución gráfica y su correspondiente verificación con las herramientas que dispone Autocad.

Adicionalmente se presentará el mecanismo de cálculo analítico que corrobore los resultados obtenidos.

### **Determinación gráfica de coordenadas del punto de vista**

Se deducirán las coordenadas del punto de vista que resultará en una axonometría específica.

Se ejemplifica con un caso particular de escala axonométrica:  $3/4; 7/8; 1$

### **Paso 1: Determinación de ejes axonométricos**

Operando sobre el plano de trabajo (2D), se trazan los ejes axonométricos de acuerdo con los coeficientes de reducción o escala axonométrica establecida.

<b>Componentes de la escala axonométrica</b>	$k_x$	$k_y$	$k_z$
	3/4	7/8	1
<b>Cálculo de los cuadrados</b>	$k_x^2$	$k_y^2$	$k_z^2$
	0,5625	0,7656	1,0000

Con los valores obtenidos se realiza la construcción de la figura 4

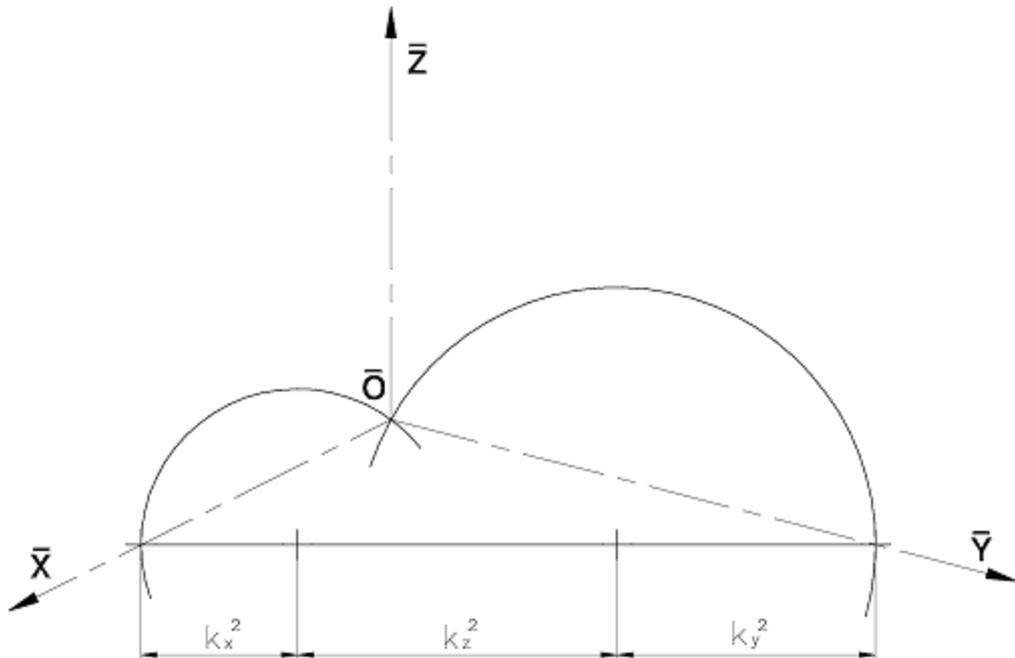


Figura 5. Trazado de ejes axonométricos

### Paso 2: Dibujo axonométrico del cubo de referencia

Sobre los ejes obtenidos se traza el dibujo axonométrico de un cubo de referencia con la escala elegida. Para simplificar las operaciones posteriores se adopta 100 unidades como medida del lado.

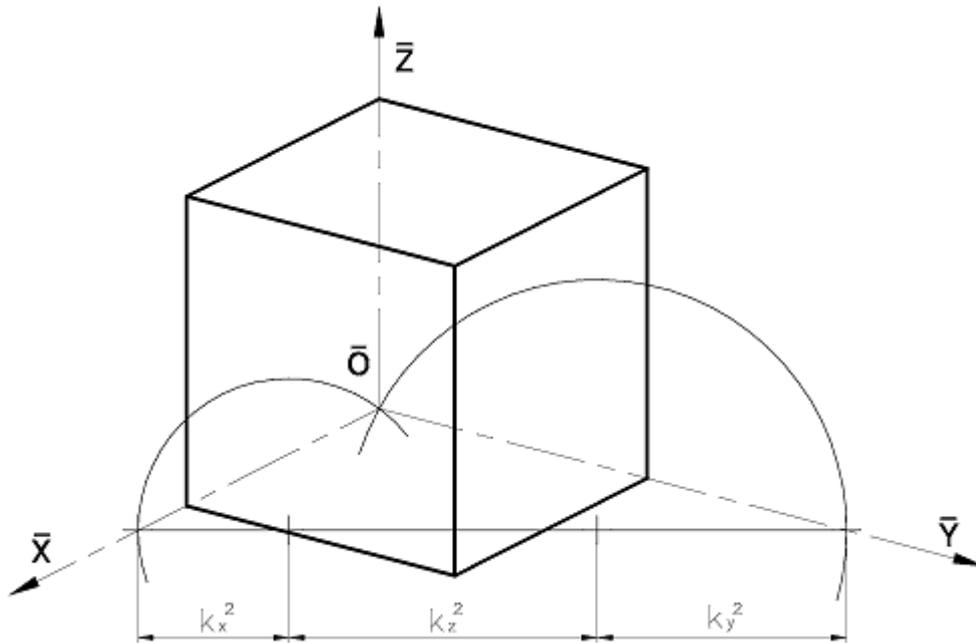


Figura 6. Axonometría del cubo de referencia

**Paso 3: Asignación del punto de vista.**

Se sabe que la dirección de proyección en Autocad queda determinada por el segmento que une el punto de vista con el origen de coordenadas. Es por esto que en una proyección axonométrica las proyecciones del origen de coordenadas y del punto de vista serán coincidentes; este último entonces puede adoptar cualquier ubicación sobre el rayo proyectante que pasa por  $\bar{O}$  y  $\bar{V}$ . Cumpliendo esta condición, Autocad dará siempre el mismo resultado. Entonces, se lo asigna a la cara A-B-C-D del cubo, como se muestra en la siguiente figura.

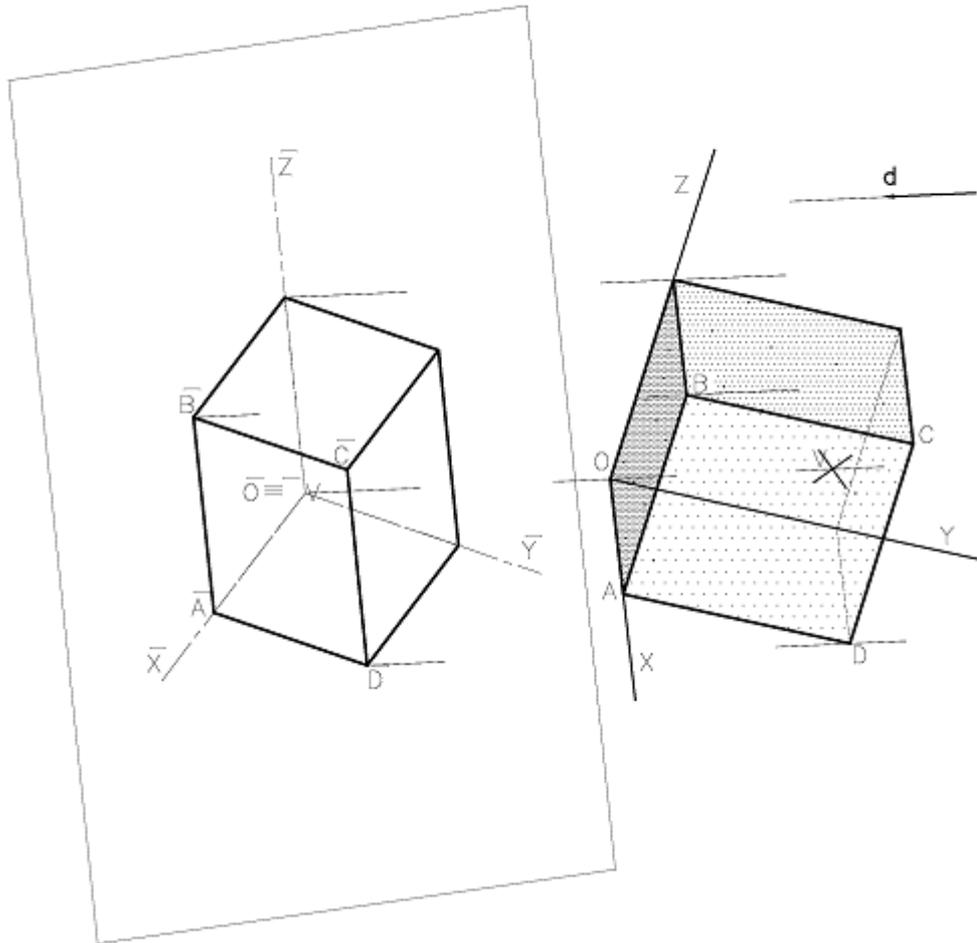


Figura 7. Ubicación del punto de vista en el espacio

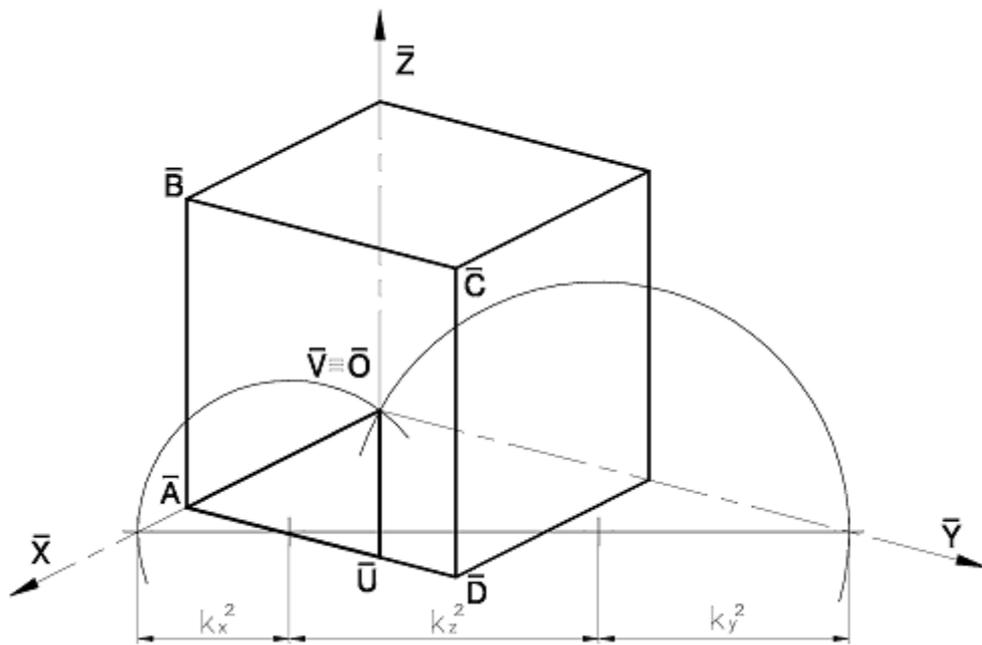


Figura 8. Ubicación del punto de vista en la axonometría

Observando la axonometría de figura 8, resulta evidente que para alcanzar la posición del punto de vista a partir del origen de coordenadas es necesario desplazarse por líneas axonométricas haciendo el siguiente recorrido:

Segmento	Dirección
$\overline{OA}$	Paralelo al eje X
$\overline{AU}$	Paralelo al eje Y
$\overline{UV}$	Paralelo al eje Z

Las coordenadas del punto V serán las medidas de los segmentos indicados tomados en verdadera magnitud. Estos segmentos se presentan afectados por la escala axonométrica, por lo que sus verdaderas magnitudes serán:

$$x_0 = \overline{OA} * \frac{1}{k_x} ; y_0 = \overline{AU} * \frac{1}{k_y} ; z_0 = \overline{UV} * \frac{1}{k_z}$$

En el ejemplo, las longitudes medidas sobre la axonometría son:

Tabla 3: Calculo coordenadas punto de vista

	Longitud segmento	Escala axonométr.	Coordenadas punto vista
Eje X	75	3 / 4	100,0000
Eje Y	71,21	7 / 8	81,3829
Eje Z	52,22	1	52,2200

**Paso 4: Verificación de las coordenadas obtenidas**

Se construye la maqueta electrónica de un cubo de referencia. Nuevamente se elige 100 como medida del lado. En este paso se trabaja en 3D.

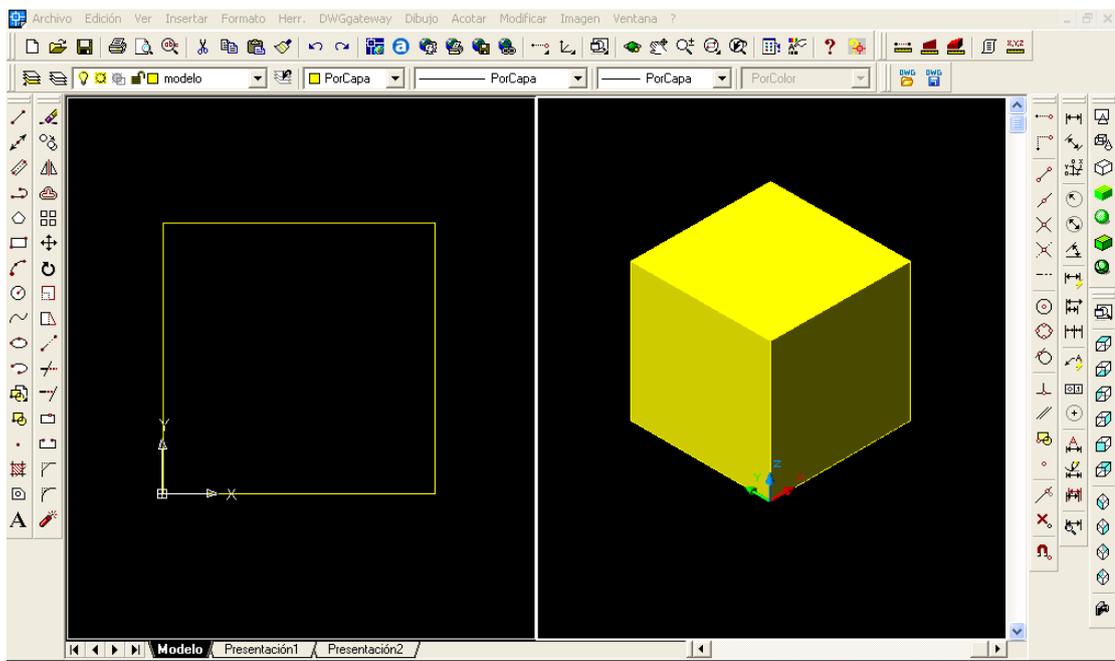


Figura 9. Construcción del cubo de verificación

### Paso 5 : Establecimiento del nuevo punto de vista

Se establece un nuevo punto de vista con las coordenadas obtenidas en el paso 3, es decir: 100,0000; 81,3829; 52,2200

Es importante en este paso ingresar los valores con la precisión calculada a los efectos de obtener imágenes similares.

### Paso 6 : Comprobación del resultado obtenido

Se establece un nuevo Sistema de Coordenadas Personales basado en la vista obtenida.

Se pega una copia del dibujo axonométrico (2D), sobre la nueva vista del objeto 3D, que como se sabe es una proyección, haciendo coincidir el origen de coordenadas cartesianas del objeto 3D con el origen de los ejes axonométricos. Se obtiene la imagen de la figura 10.

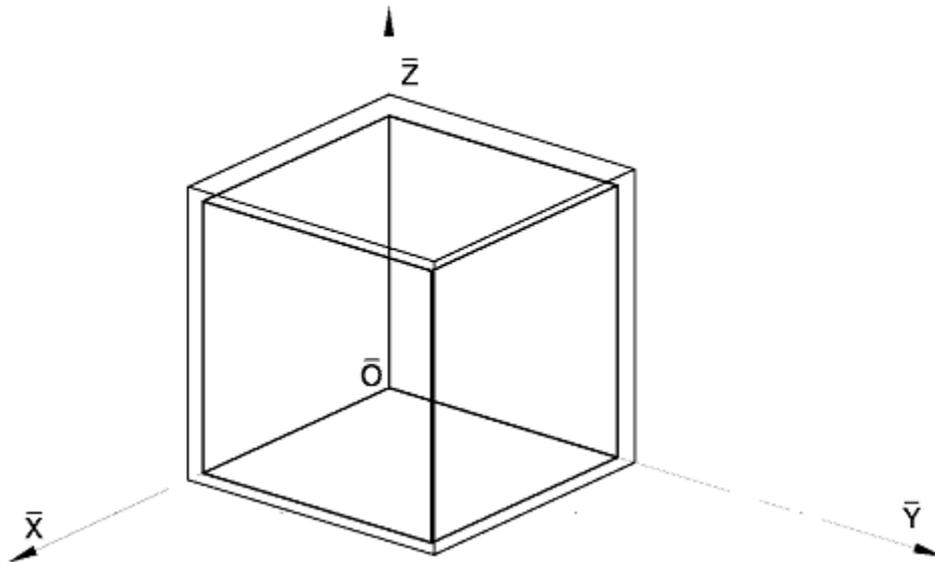


Figura 10. Comparación dibujo y proyección axonométrica

Las diferencias se deben a que se está comparando un dibujo axonométrico con un objeto 3D, el cual devuelve una proyección. A fin de hacer una comparación exacta se deberá escalar el objeto 3D en una proporción igual a la escala natural utilizada en el dibujo axonométrico; en el caso del ejemplo el factor de ampliación correspondiente es 1,0789. Luego de efectuada esta operación se aprecia que las imágenes coinciden, visualmente, a la perfección.

Se pretende una comprobación más precisa por lo que se procede de la siguiente forma:

En una solapa de presentación se prepara una ventana, en la que mediante el comando SOLPERFIL se obtiene la proyección del objeto 3D según la dirección establecida por el punto de vista elegido.

Se piden a Autocad los datos de las tres aristas del cubo que concurren al origen de coordenadas, es decir, las tres direcciones principales. Los valores obtenidos se presentan en tabla 4:

Tabla 4: Longitudes de arista según dirección

Dirección arista	Longitud	Ángulo en el plano XY
X	74.9977	24d46'
Y	87.4986	343d1'
Z	99.9992	270d0'

La comparación de longitudes y ángulos entre dibujo axonométrico y proyección escalada del sólido 3D da los resultados que se muestran en tablas 4 y 5.

Tabla 5: Errores de longitud en las líneas axonométricas

Eje	Longitud en axonometría	Longitud de proyección objeto 3D	Error porcentual
X	75,0000	74.9977	0,0031%
Y	87,5000	87.4986	0,0016%
Z	100,0000	99.9992	0,0008%

Tabla 6: Errores de inclinación en las líneas axonométricas

Eje	Ángulo en axonometría	Ángulo de proyección objeto 3D	Error porcentual
X	24°46'	24°46'	0,00%
Y	16°59'	16°59'	0,00%
Z	90°	90°	0,00%

Los errores porcentuales de las longitudes obtenidas son menores al 0,01% y se consideran despreciables.

No se aprecian diferencias en la inclinación de las líneas axonométricas.

#### **Cálculo analítico del punto de vista a partir de la escala axonométrica**

Se sabe que los componentes del vector que determina el punto de vista son proporcionales a los cosenos directores [4]

Se pueden calcular los cosenos directores en función de los correspondientes coeficientes de reducción.

Nomenclatura utilizada

$k_i$  Escala axonométrica correspondiente al eje 'i'

$c_i$  Coeficiente de reducción correspondiente al eje 'i'

$[vw]$  Valor tomado de la misma tabla: columna 'v', fila 'w'

A fin de ordenar y posteriormente verificar el cálculo, se dispone una tabla como la que sigue:

Tabla 7: Cálculo de cosenos directores (Coordenadas del punto de vista)

Fila	Valor	EJE			suma	(e)
		x	y	z		
		(a)	(b)	(c)	(d)	
(1)	$k_i$	$k_x$	$k_y$	$k_z$		
(2)	$k_i^2$	$(a1)^2$	$(b1)^2$	$(c1)^2$	$(a2)+(b2)+(c2)$	$(d2)/2$
(3)	$c_i^2$	$(a2)/(e2)$	$(b2)/(e2)$	$(c2)/(e2)$	$(a3)+(b3)+(c3)$	2
(4)	$1-(c_i^2)$	$1-(a3)$	$1-(b3)$	$1-(c3)$	$(a4)+(b4)+(c4)$	1
(5)	$\sqrt{1-(c_i^2)}$	$\sqrt{(a4)}$	$\sqrt{(b4)}$	$\sqrt{(c4)}$		

En esta tabla las filas están identificadas con números y las columnas con letras minúsculas, en todos los casos encerrados entre paréntesis. Cuando en una celda se utiliza el resultado obtenido en otra celda, se lo identifica mediante letra de columna y número de fila de la celda origen, encerrados entre paréntesis.

Las escalas axonométricas se introducen en fila (1).

Mediante el procesamiento indicado en las sucesivas filas se obtienen las coordenadas del punto de vista en fila (5)

Tabla 8: Coordenadas de punto de vista para axonométrías habituales

Escala axonométrica coeficientes de reducción			Coordenadas del punto de vista		
$k_x$	$k_y$	$k_z$	$x_0$	$y_0$	$z_0$
0,5000	1,0000	1,0000	0,8819	0,3333	0,3333
0,3333	1,0000	1,0000	0,9459	0,2294	0,2294
0,7500	1,0000	1,0000	0,7490	0,4685	0,4685
0,7500	0,7500	1,0000	0,6860	0,6860	0,2425
0,7500	0,8750	1,0000	0,7189	0,5850	0,3754
0,6667	0,8750	1,0000	0,7732	0,5542	0,3083
1,0000	1,0000	0,5000	0,3333	0,3333	0,8819
1,0000	0,8750	0,6667	0,3083	0,5542	0,7732

En la figura que sigue se resumen los métodos utilizados para calcular las coordenadas del punto de vista.

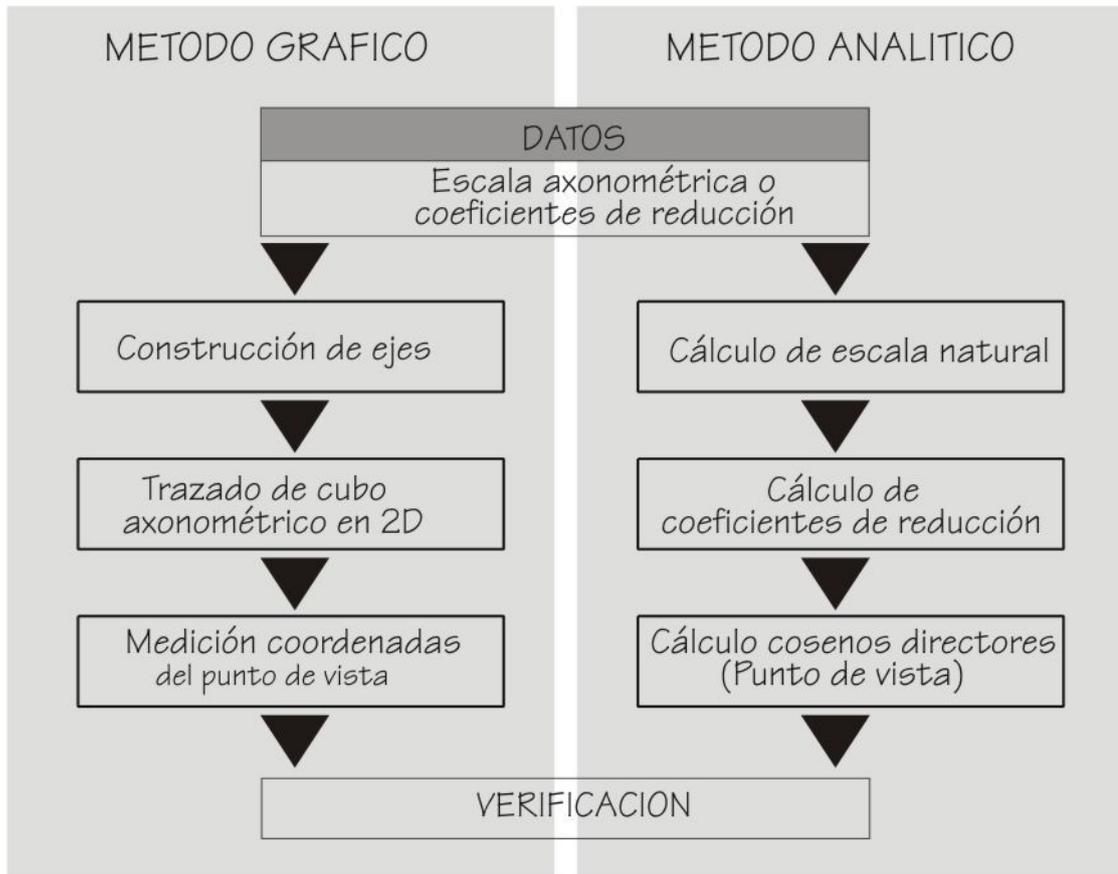


Figura 11. Resumen de los métodos utilizados para calcular coordenadas del punto de vista.

## CONCLUSIONES

A partir de objetos 3D de Autocad es posible obtener axonometrías que respondan a escalas axonométricas o coeficientes de reducción específicos mediante el cálculo gráfico o analítico de las coordenadas del punto de vista. Esta posibilidad, que se concreta muy fácilmente y con poco esfuerzo mediante herramientas informáticas, permite al diseñador una gran libertad a la hora de elegir la axonometría más adecuada.

## REFERENCIAS

- [1] Leighon Wellman B. (1964). Geometría Descriptiva
- [2] Instituto Argentino de Racionalización de Materiales (1981) – Norma IRAM 4540 – Representación de Vistas en Perspectiva.
- [3] Graffigna A.(1987). Los algoritmos del dibujo técnico.
- [4] Nasini A., Lopez R. (1982) Lecciones de Álgebra y Geometría Analítica.